

На правах рукописи

ГАВРИЛОВ Александр Александрович

**РАСЧЕТ И ОПТИМИЗАЦИЯ ТОНКОСТЕННЫХ МНОГОПРОЛЕТ-
НЫХ БАЛОК С УЧЕТОМ ВТОРИЧНЫХ СДВИГОВ И ПРИ ОГРА-
НИЧЕНИЯХ ПО ПРОЧНОСТИ И ЧАСТОТАМ СОБСТВЕННЫХ
КОЛЕБАНИЙ**

05.23.17 – Строительная механика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Томск – 2015

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин)»

Научный руководитель: **Гребенюк Григорий Иванович**
доктор технических наук, профессор

Официальные оппоненты: **Холопов Игорь Серафимович**
доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Металлические и деревянные конструкции» ФГБОУ ВПО «Самарский государственный архитектурно-строительный университет»

Ижендеев Алексей Валерьевич
кандидат технических наук, доцент кафедры «Строительное производство и инженерные конструкции» ФГОУ ВПО «Дальневосточный государственный аграрный университет»

Ведущая организация: **ФГБОУ ВПО «Новосибирский государственный технический университет», г Новосибирск**

Защита состоится «18» сентября 2015 г. в 14-00 часов на заседании диссертационного совета Д. 212.265.01 в Томском государственном архитектурно-строительном университете по адресу: 634003 г. Томск, пл. Соляная, 2, корп. 2, зал заседаний Ученого совета (ауд. 303/2).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Томского государственного архитектурно-строительного университета по адресу: 634003, г. Томск, пл. Соляная, 2, а также на сайте <http://tsuab.ru>.

Автореферат разослан «___» апреля 2015 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета



Копаница Н.О.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. В связи с широким распространением в промышленности и строительстве тонкостенных конструкций, обусловленным пониженными материалоемкостью и массой без потерь жесткости, для таких конструкций формировался собственный расчетный аппарат. Особенностью расчета тонкостенных конструкций является учет перемещений сечений, называемых депланацией, которыми для конструкций, не являющихся тонкостенными, можно пренебречь.

Решение задач статического и динамического расчета тонкостенных конструкций шло по двум направления – по недеформационной и деформационной схемам. В первом случае принимается, что мера депланации ψ пропорциональна первой производной от угла закручивания сечения θ , в связи с чем результирующие уравнения получают довольно простой вид, но точность расчета невысока. При расчете тонкостенной конструкции по деформационной схеме учитываются вторичные сдвиги, что приводит к усложнению зависимости между перемещениями сечений стержней конструкции, и, как следствие, к усложнению результирующих уравнений. Это становится причиной малого количества исследований по колебаниям тонкостенных конструкций по деформационной схеме. Между тем, вследствие более высокой точности расчетов, такой расчет необходим и для решения результирующих уравнений возможно применение средств вычислительной техники.

В настоящее время, задачи статики и динамики тонкостенных стержней успешно решаются с применением ЭВМ и метода конечных элементов. Но для полного анализа конструкции, обеспечения возможности ее оптимизации необходимо получение аналитических выражений, которые позволят не только провести расчет напряженно-деформированного состояния, но и установить зависимость между характеристиками собственных колебаний и параметрами всей конструкции и отдельных ее элементов.

При изучении колебаний, для отдельных конструкций актуален вопрос определения частот свободных колебаний, связанный с необходимостью отстройки от возможного резонанса в указанном диапазоне частот вынужденных колебаний. Учет вторичных сдвигов позволяет уточнить частоты собственных колебаний. При этом необходимо не забывать о прочностных характеристиках конструкции.

Оптимальные характеристики конструкции позволят обеспечить прочность конструкции при достижении принятого критерия оптимальности и избежать появления резонансных частот в указанном диапазоне. В связи со сложностью аналитических выражений, описывающих движение конструкции, и необходимостью учета ограничений по прочности, выявление оптимальных параметров конструкции возможно только при реализации расчетов средствами вычислительной техники. Дополнительными возможностями оптимизации являются подбор не только характеристик,

но и вида сечения, содержащего как открытые, так и замкнутые участки, а также выбор мест расположения опор.

Цель работы заключается в развитии теории статического и динамического расчета тонкостенных многопролетных неразрезных балок открытого, замкнутого и комбинированного профиля с учетом вторичных сдвигов и оптимизации этих балок при ограничениях по прочности и частотам собственных колебаний.

В соответствии с поставленной целью в работе формулируются и решаются следующие **задачи исследования**:

1. Исследование напряженно-деформированного состояния неразрезной тонкостенной балки с учетом вторичных сдвигов.

2. Разработка метода расчета характеристик свободных колебаний неразрезной тонкостенной балки бисимметричного сечения с учетом вторичных сдвигов.

3. Оценка влияния учета вторичных сдвигов на основные характеристики НДС балки при статическом нагружении и параметры свободных колебаний балки.

4. Разработка алгоритма оптимизации параметров многопролетной балки с ограничениями по прочности и частотам колебаний; оценка влияния ограничений по частотам собственных колебаний на характеристики оптимального проекта.

Научная новизна:

- получены аналитические выражения для расчета НДС неразрезной тонкостенной балки комбинированного профиля с учетом вторичных сдвигов, заложенных в уравнения состояния путем введения коэффициентов формы;

- получены уравнения собственных колебаний тонкостенных стержней комбинированного сечения с учетом вторичных сдвигов и инерции вращения сечений и, на их базе, разработан метод определения собственных частот колебаний неразрезной балки с использованием частотных уравнений, в том числе, в виде нового уравнения трех бимоментов;

- исследовано влияние вторичных сдвигов на частоты собственных колебаний неразрезной балки открытого, замкнутого и комбинированного профилей;

- разработан алгоритм оптимизации неразрезной балки тонкостенного профиля с учетом вторичных сдвигов и при ограничениях по прочности и частотам собственных колебаний; выполнена оценка влияния ограничений по частотам собственных колебаний на характеристики оптимального проекта.

Практическая значимость:

1. Полученные уравнения могут быть использованы на этапе конструирования для расчета тонкостенных балок, прогнозирования опасных частот вынужденных колебаний.

2. Проведенный анализ влияния вторичных сдвигов на значения частот собственных колебаний неразрезной тонкостенной балки свиде-

тельствует о необходимости их учета для балок замкнутого и комбинированного профиля.

3. Разработанный алгоритм оптимизации учитывает, помимо условий прочности, ограничения по частотам собственных колебаний неразрезной тонкостенной балки, более точное построение которых с учетом вторичных сдвигов повышает надежность получаемого оптимального проекта конструкции.

Результаты работы внедрены в ООО «Стройремонт 2001», Научно-исследовательском центре мониторинга зданий и сооружений ФГБОУ ВПО ОГУ, ООО «РиКом» и используются при разработке новых и модернизации существующих балок покрытий. Материалы диссертации используются в учебном процессе ФГБОУ ВПО «Оренбургский государственный университет» по дисциплине «Динамика машин и сооружений» при подготовке студентов по направлению 151600.62 – «Прикладная механика».

Ценность работы состоит в получении уточненных уравнений для определения собственных частот колебаний неразрезной тонкостенной балки, в возможности их использования на этапе конструирования для расчета тонкостенных балок, прогнозирования опасных частот вынужденных колебаний и для более точной постановки задач оптимизации конструкций.

Личный вклад автора состоит в постановке задач исследования, выборе методов их решения, формулировании задач статики и динамики тонкостенной многопролетной балки, разработке алгоритмов и создании программных модулей для расчета и оптимизации тонкостенной многопролетной балки и обобщении результатов исследования.

Достоверность результатов обеспечивается корректной математической постановкой рассматриваемых задач и обоснованным применением математических методов, тестированием решений на всех этапах разработки и реализации алгоритмов.

На защиту выносятся:

- уравнения и результаты расчета собственных частот колебаний тонкостенной многопролетной балки, сечение которой имеет участки открытого и замкнутого контура, учитывающие сдвиги, как от изгиба, так и от стесненного кручения;

- алгоритм и результаты оптимизации тонкостенной многопролетной балки с учетом вторичных сдвигов и при ограничениях по прочности и частотам собственных колебаний.

Апробация работы. Результаты работы докладывались на научных семинарах кафедры теоретической механики Оренбургского государственного университета в 2005-2010 годах, кафедры строительной механики Новосибирского государственного архитектурно-строительного университета в 2011-2014 годах, Всероссийской конференции «Проблемы оптимального проектирования сооружений» (НГАСУ, г. Новосибирск) в 2011, 2014 годах, Всероссийской научно-технической конференции «Актуальные вопросы строительства» (НГАСУ, г. Новосибирск) в 2012, 2013 годах,

XXIII Всероссийской конференции «Численные методы решения задач упругости и пластичности» (АГУ, г.Барнаул) в 2013 году.

Публикации.

По основному содержанию диссертации опубликовано 14 работ, в том числе 3 статьи в журналах из перечня ВАК.

Структура и объем работы.

Диссертация состоит из введения, четырех глав, общих выводов и списка литературы. Общий объем работы 114 страниц машинописного текста.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы, указывается научная новизна и практическая значимость полученных результатов, сформулированы основные положения, выносимые на защиту.

В первой главе производится анализ состояния вопроса статики и динамики тонкостенных стержней и конструкций, рассматриваются основные приемы и принципы их расчета, оценивается область их применения, подходы к оптимизации, проводится краткий обзор исследований по этой проблеме. Это позволило сформулировать цели и задачи исследования.

Основой современной теории стесненного кручения тонкостенных стержней стали работы С. П. Тимошенко. Он впервые учел эффект депланации в двутавровых балках и решил задачу об изгибно-крутильных формах потери устойчивости изгибаемой двутавровой балки.

В дальнейшем наиболее выдающихся результатов для стержней открытого профиля добился профессор В.З. Власов. Он положил в основу своей теории тонкостенных стержней несколько упрощающих гипотез, что позволило создать довольно простой и удобный расчетный аппарат. При этом дальнейшее развитие теории шло по двум направлениям: деформационный расчет и расчет по недеформированной схеме.

Для стержней с замкнутым профилем основными работами стали исследования профессора Уманского А.А., в которых учитывалось, что эффекты стесненного кручения в стержнях с замкнутым профилем меньше, чем в стержнях с открытым профилем. Он ввел новую функцию депланации, которая не совпадает с производной от функции углов закручивания, как это было принято В.З. Власовым.

Хотя теории стесненного кручения стержней открытого и замкнутого профиля развивались независимо, расчетный аппарат обеих теорий довольно близок по структуре друг другу, что позволило их обобщить и создать теории расчета стержней комбинированного профиля. Теории созданы О.В. Лужиным, Е.А. Бейлиным, И.В. Кругленко.

Так же следует отметить вклад в развитие теории тонкостенных стержней Г.Ю. Джанелидзе, Я.Г. Пановко, Г.И. Белого, Л.Н. Воробьева,

П.Д. Мищенко, А.Л. Гольденвейзера, Н.Р. Aggarwal, J.R. Farrell и других. Авторы перечисленных теорий также рассматривали колебания стержней соответствующего профиля. При этом в основу расчетов была положена недеформированная схема. В дальнейшем, при развитии теории колебаний по деформационной схеме в работах В.В. Мещерякова было показано существенное влияние вторичных сдвигов, то есть сдвигов от стесненного кручения, на частоты колебаний.

Анализ исследований по рассматриваемому вопросу показал, что задачи колебаний тонкостенных стержней рассмотрены достаточно полно, но, до сих пор, делается разделение профилей на открытые и замкнутые, для каждого из которых существуют свои формулы расчета. Учет сдвигов от стесненного кручения в настоящее время применяется повсеместно для расчета статики и динамики тонкостенных стержней, но, в связи с высокой сложностью аналитических выражений, вопросы колебаний неразрезных балок из тонкостенных стержней с учетом вторичных сдвигов полно не рассмотрены.

Безусловно, для строительных конструкций, одной из важных задач является их оптимальное проектирование. Большой вклад в развитие теории ОПК внесли отечественные ученые Н.В. Баничук, А.И. Виноградов, Г.И. Гребенюк, И.Б. Лазарев, Л.С. Ляхович, Ю.В. Немировский, И.С. Холопов, А.Г. Юрьев и многие другие, а также зарубежные авторы J. Arora, A. Brandt, C. Fleury, N. Khot, L. Schmit и другие. Среди многочисленных исследований в области ОПК ряд работ посвящено вопросам оптимизации систем при учете ограничений по частотам собственных колебаний. Здесь можно отметить работы В.Б. Гринева, А.П. Филиппова, А.В. Черкаева, Л.С. Ляховича, Р.П. Моисеенко, А.Н. Плахотина, а также J. Arora, T. Feng, R. Fox и других. Между тем, исследований в этом направлении немного, и это в полной мере относится к задачам оптимизации конструкций из тонкостенных стержней.

Во второй главе формулируются основные уравнения динамики тонкостенных стержней, а так же исследуется напряженно-деформированное состояние тонкостенных стержней и неразрезных балок на их основе, проводится анализ влияния вторичных сдвигов на значения напряжений в точках сечения неразрезной балки.

За основу приняты уравнения движения тонкостенного стержня, предложенные в работе Б.А. Корбута и Г.В. Лазаревой со следующими предположениями о характере напряженно-деформированного состояния стержня:

- в своей плоскости сечение стержня перемещается как жесткое тело;
- продольные перемещения точек сечения, обусловленные изгибом меняются в сечении по линейному закону, причем угол поворота сечения не равен углу наклона оси стержня;

- депланационные перемещения представляются в виде произведения двух функций, одна из них ψ представляет собой искомую функцию депланации, зависящую только от продольной координаты, вторая - является функцией координат точек сечения и представляет собой секториальную координату;

- по толщине стенок нормальное напряжение распределяется равномерно, а касательное по линейному закону, причем последнее всегда направлено вдоль касательной к срединной линии сечения;

- при деформировании стержня его волокна не надавливают друг на друга в поперечном направлении, взаимодействие между волокнами осуществляется только через касательные напряжения, то есть принимаются во внимание только нормальные напряжения $\sigma_z = \sigma$ в поперечном сечении и касательные напряжения $\tau = \tau_{\varphi s} + \tau_{\gamma}$.

Рассматривался тонкостенный прямолинейный однородный стержень постоянного сечения, имеющего две оси симметрии. Уравнения движения рассматриваемого стержня с учетом вторичных сдвигов и сил инерции масс, связанных с закручиванием сечений стержней, имеют вид:

$$\begin{aligned}
 \rho F \frac{\partial^2 \xi(z,t)}{\partial t^2} - \frac{G}{k_{22}} \left(\frac{\partial^2 \xi(z,t)}{\partial z^2} - \frac{\partial \beta_2(z,t)}{\partial z} \right) &= 0; \\
 \rho J_2 \frac{\partial^2 \beta_2(z,t)}{\partial t^2} - EJ_2 \frac{\partial^2 \beta_2(z,t)}{\partial z^2} - \frac{G}{k_{22}} \left(\frac{\partial \xi(z,t)}{\partial z} - \beta_2(z,t) \right) &= 0; \\
 \rho F \frac{\partial^2 \eta(z,t)}{\partial t^2} - \frac{G}{k_{11}} \left(\frac{\partial^2 \eta(z,t)}{\partial z^2} + \frac{\partial \beta_1(z,t)}{\partial z} \right) &= 0; \\
 \rho J_1 \frac{\partial^2 \beta_1(z,t)}{\partial t^2} - EJ_1 \frac{\partial^2 \beta_1(z,t)}{\partial z^2} + \frac{G}{k_{11}} \left(\frac{\partial \eta(z,t)}{\partial z} + \beta_1(z,t) \right) &= 0; \\
 \rho J_p \frac{\partial^2 \theta(z,t)}{\partial t^2} - GJ_k \frac{\partial^2 \theta(z,t)}{\partial z^2} - \frac{G}{k_{33}} \left(\frac{\partial^2 \theta(z,t)}{\partial z^2} - \frac{\partial \psi(z,t)}{\partial z} \right) &= 0; \\
 \rho J_3 \frac{\partial^2 \psi(z,t)}{\partial t^2} - EJ_3 \frac{\partial^2 \psi(z,t)}{\partial z^2} - \frac{G}{k_{33}} \left(\frac{\partial \theta(z,t)}{\partial z} - \psi(z,t) \right) &= 0,
 \end{aligned} \tag{1}$$

где $\xi, \eta, \beta_1, \beta_2$ - перемещения центра изгиба вдоль координатных осей x_1 и x_2 и углы поворота сечения вокруг этих осей, м; θ - угол закручивания, рад; ψ - функция депланации сечения, м⁻¹; ρ - плотность материала стержня, кг/м³; E, G - модули упругости при растяжении-сжатии и сдвиге, Па; k_{11}, k_{22}, k_{33} - коэффициенты формы сечения; J_1, J_2, J_p, J_k - осевые и полярный моменты инерции, момент инерции при чистом кручении, м⁴; J_3 - секториальный момент инерции, м⁶; z - координата сечения, м; t - время, с.

Эти уравнения представляют собой три независимых системы:

- первое и второе описывают изгибные колебания в горизонтальной плоскости симметрии сечений стержня с учетом сдвигов от изгиба и представляют собой уравнения балок С.П.Тимошенко;
- третье и четвертое описывают изгибные колебания в вертикальной плоскости симметрии сечений стержня;
- пятое и шестое соответствуют крутильным колебаниям с учетом сдвигов, обусловленных стесненным кручением.

Первые две системы аналогичны вследствие того, что сечение бисимметрично. Поэтому, при исследовании НДС, задачей являлся поиск решения для изгиба в вертикальной плоскости и стесненного кручения.

Пренебрегая инерцией осевых и угловых перемещений в уравнениях движения тонкостенного стержня бисимметричного профиля, были получены уравнения равновесия неразрезной балки.

Нормальные напряжения в точках сечения балки обусловлены изгибом в плоскости x_2z и деформацией сечения, а так же касательные напряжения от изгиба, стесненного кручения и касательные напряжения чистого кручения определяются по формулам:

$$\sigma(x_2, \omega) = \frac{M_1}{J_1} x_2 - \frac{B}{J_3} \omega, \quad (2)$$

$$\tau_{\varphi s} = -\frac{Q_2 S_1}{J_1 \delta_s} - \frac{Q_3 S_3}{J_3 \delta_s}, \quad (3)$$

$$\tau_{\gamma} = \frac{H}{J_{\kappa}} \delta_s, \quad (4)$$

где M_1 – изгибающий момент, Н·м; B – бимомент в сечении, Н·м²; ω – секториальная координата точки срединной линии сечения, м²; Q_2 – поперечная сила в сечении, Н; Q_3, H – изгибно-крутильный момент и момент чистого кручения в сечении, Н·м; S_2, S_3 – статические моменты отсеченной части; δ_s – толщина стенки сечения, м.

В рассматриваемом случае, вследствие введенных гипотез изгиба и стесненного кручения, в опасных точках сечения реализуется частный случай ПНС. Согласно энергетической теории прочности эквивалентные напряжения равны:

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma^2 + 3(\tau_{\varphi s}^2 + \tau_{\gamma}^2)}. \quad (5)$$

В дальнейшем задача расчета балки на прочность сводится к определению значений усилий в опасных сечениях балки, а далее – к определению эквивалентных напряжений в опасных точках сечений и проверке условий прочности. Для решения данной задачи необходимо рассмотреть стесненное кручение балки и ее изгиб.

Стесненное кручение.

Рассматривалась неразрезная балка, имеющая n пролетов. Учитывая, что исходная система является статически неопределимой, для определе-

ния значений бимоментов в опорных сечениях было получено уравнение трех бимоментов:

$$B_{i-1}\chi_2(l_i) + 2B_i(\chi_1(l_i) + \chi_2(l_{i+1})) + B_{i+1}\chi_1(l_{i+1}) = -GJ_k(\psi_i + \psi_{i+1}), \quad (6)$$

где B_{i-1}, B_i, B_{i+1} - значения бимоментов в опорных сечениях, Н·м²; l_i, l_{i+1} - длины соседних пролетов, м; ψ_i, ψ_{i+1} - выражения для функции деформации, зависящие от внешней нагрузки в пролетах, м⁻¹;

$$\chi_1(l_i) = \frac{1}{l_i} - \frac{\text{ch}kl_i}{\text{sh}kl_i} \cdot \frac{GJ_k}{EJ_3k}, \quad \chi_2(l_i) = \frac{1}{\text{sh}kl_i} \cdot \frac{GJ_k}{EJ_3k} - \frac{1}{l_i}, \quad k = \sqrt{\frac{GJ_k}{EJ_3(J_k k_{33} + 1)}}.$$

Число уравнений (6) для балки равно $(n-1)$. Из решения полученной системы определяются опорные бимоменты.

Разрешающее матричное выражение для i -го пролета балки:

$$\begin{bmatrix} \theta_i(z) \\ \psi_i(z) \\ \frac{B_i(z)}{EJ_3} \\ \frac{M_{3i}(z)}{GJ_k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\text{sh}kz}{k\lambda} & \frac{\text{ch}kz-1}{k^2\lambda} & z - \frac{\text{sh}kz}{k\lambda} \\ 0 & \text{ch}kz & \frac{\text{sh}kz}{k} & 1 - \text{ch}kz \\ 0 & k \cdot \text{sh}kz & \text{ch}kz & -k \cdot \text{sh}kz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta_i(0) \\ \psi_i(0) \\ \frac{B_i(0)}{EJ_3} \\ \frac{M_{3i}(0)}{GJ_k} \end{bmatrix} + \frac{1}{GJ_k} \int_0^z \begin{bmatrix} \frac{\text{sh}k(z-\zeta)}{k\lambda} - (z-\zeta) \\ \text{ch}k(z-\zeta) - 1 \\ k \cdot \text{sh}k(z-\zeta) \\ -\delta(z-\zeta) \end{bmatrix} m_3(\zeta) d\zeta, \quad (7)$$

где $M_{3i}(z)$ - полный крутящий момент в сечении, Н·м.

Последнее слагаемое выражения (7) представляет собой вектор, элементы которого зависят от внешней нагрузки. Для заданного условия закрепления углы закручивания на опорах равны нулю, бимомент в опорных сечениях определены ранее, то есть $\theta_i(0) = \theta_i(l_i)$, $B_i(0) = B_i$, $B_i(l) = B_{i+1}$.

Применение уравнений (7) для всех пролетов позволяет получить функцию бимоментов и полного крутящего момента по длине балки. Из уравнения видно, что наличие коэффициента формы k_{33} , а, следовательно, и учет вторичных сдвигов влияет на состояние сечений стержня.

Изгиб.

При исследовании изгиба последовательно составляются уравнения трех моментов и уравнения состояния балки для каждого пролета. Уравнение трех моментов принимает вид:

$$M_{i-1}\chi_1(l_i) + 2M_i(\chi_2(l_i) + \chi_2(l_{i+1})) + M_{i+1}\chi_1(l_{i+1}) = -6EJ_1(\beta_{1i}^L + \beta_{1(i+1)}^R), \quad (8)$$

где $M_{1(i-1)}, M_{1i}, M_{1(i+1)}$ - значения моментов в опорных сечениях, $\beta_{1i}^L, \beta_{1(i+1)}^R$ - выражения, зависящие от внешней нагрузки в пролетах,

$$\chi_1 = \left(\frac{6EJ_1 k_{11}}{l \cdot G} - l \right), \quad \chi_2 = \left(\frac{3EJ_1 k_{11}}{l \cdot G} + l \right).$$

Для балки, состоящей из n пролетов, можно составить $(n-1)$ уравнений вида (8). При этом следует учесть, что при шарнирном закреплении моменты на концах равны нулю. Система уравнений (8) позволяет определить изгибающие моменты в опорных сечениях. Уравнения состояния для i пролета балки:

$$\begin{bmatrix} EJ_1\eta_i(z) \\ EJ_1\beta_{1i}(z) \\ M_{1i}(z) \\ Q_{2i}(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -z & -\frac{z^2}{2} & \frac{EJ_1k_{11}}{G}z - \frac{z^3}{6} \\ 0 & 1 & z & \frac{z^2}{2} \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} EJ_1\eta_i(0) \\ EJ_1\beta_{1i}(0) \\ M_{1i}(0) \\ Q_{2i}(0) \end{bmatrix} + \int_0^z \begin{bmatrix} \frac{(z-\zeta)^3}{6} - \frac{EJ_1k_{11}}{G}(z-\zeta) \\ -\frac{(z-\zeta)^2}{2} \\ -(z-\zeta) \\ -\delta(z-\zeta) \end{bmatrix} q_2(\zeta) d\zeta. \quad (9)$$

Уравнение (9) позволяет определить состояние сечений балки в зависимости от координаты сечения и значений параметров $\eta_i(0)$, $\beta_{1i}(0)$, $M_{1i}(0)$, $Q_{2i}(0)$ на левой опоре для участка балки. Так как прогибы на опорах равны нулю, а изгибающие моменты в опорных сечениях были определены ранее с помощью уравнения трех моментов, то $\eta_i(0) = \eta_i(l_i)$, $M_{1i}(0) = M_{1i}$, $M_{1i}(l) = M_{1(i+1)}$.

В результате, применение уравнений (9), с учетом статических и кинематических условий на границах участков, позволяет получить функции изгибающего момента и поперечной силы по длине балки для каждого пролета.

В качестве примера рассматривалась трехпролетная неразрезная балка (рисунок 1). Сосредоточенная сила и распределенная нагрузка приложены с эксцентриситетом. При решении были получены эпюры распределения ВСФ, определены составляющие напряжения в точках сечения. Результаты представлены в виде эпюры эквивалентных напряжений для опасных точек сечений балок открытого (рисунок 1а) и комбинированного (рисунок 1б) профиля. Номера линий соответствуют опасным точкам соответствующего сечения (рисунки 1д, ж).

Размеры сечения рассматриваемых балок: для балки открытого профиля $h=0,3$ м, $b=0,2$ м, $d_1=d_2=0,01$ м, для балки комбинированного профиля $h=0,3$ м, $b=0,1$ м, $c=0,1$ м, $d=0,01$ м.

Анализ распределения напряжений по длине балки показывает, что для стержней открытого профиля большое влияние оказывает стесненность кручения – значения нормальных напряжений от бимоента в сечении больше, чем от изгибающего момента. При наличии замкнутого кон-

тура в сечении балки крутильная жесткость увеличивается, и основной вклад в значение эквивалентного напряжения вносит изгибающий момент. Дополнительно построены эпюры прогибов балки и угла закручивания (рисунки 1в, з).

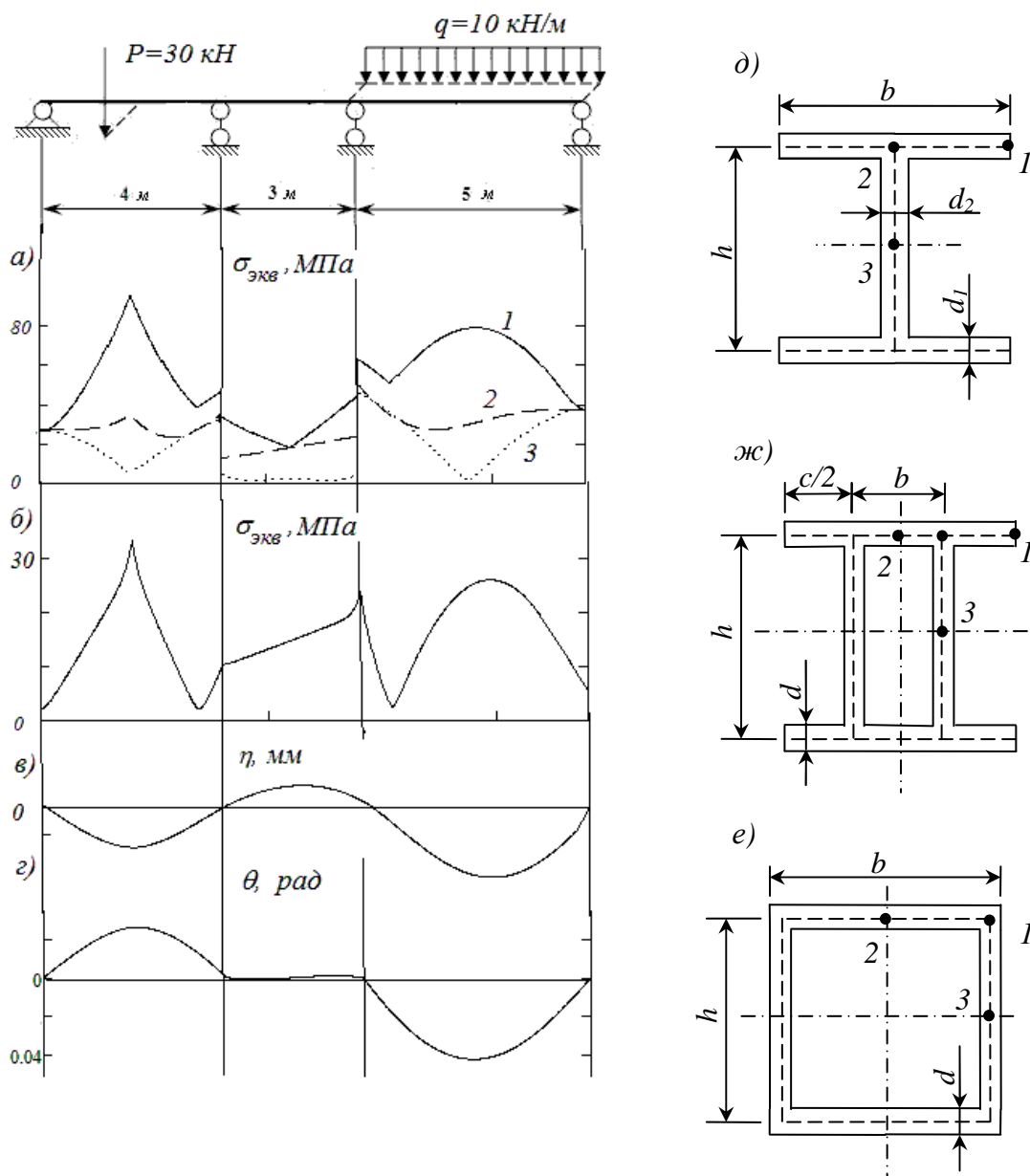


Рисунок 1 – Схема неразрезной балки, а, б – эпюры эквивалентных напряжений для опасных точек сечений балок открытого и комбинированного профиля; в, з – эпюры прогибов балки и угла закручивания; д, ж, е – рассматриваемые виды сечений; цифрами обозначены опасные точки.

Таким образом, представленный подход позволяет получить уравнения состояния неразрезной тонкостенной балки в аналитической форме вне зависимости от числа ее пролетов и определить, соответствуют ли выбранные размеры сечения задаваемой нагрузке. Результирующие выражения применяются для оценки прочности. Учет вторичных сдвигов при этом позволяет уточнить значения перемещений точек сечения и внутренних силовых факторов как при изгибе, так и при кручении.

В третьей главе исследовались собственные колебания тонкостенных стержней и балок на их основе, проводился анализ влияния вторичных сдвигов на частоты собственных колебаний неразрезной балки.

Дифференциальные уравнения главных форм колебаний балки, полученные на основе уравнений (1), принимают вид

$$\begin{aligned} \frac{d^4 \xi(z)}{dz^4} + \frac{\rho v^2}{E} \left(1 + \frac{E}{G} Fk_{22}\right) \frac{d^2 \xi(z)}{dz^2} + \frac{\rho F v^2}{EJ_2} \left(\frac{\rho J_2 k_{22}}{G} v^2 - 1\right) \xi(z) &= 0; \\ \frac{d^4 \eta(z)}{dz^4} + \frac{\rho v^2}{E} \left(1 + \frac{E}{G} Fk_{11}\right) \frac{d^2 \eta(z)}{dz^2} + \frac{\rho F v^2}{EJ_1} \left(\frac{\rho J_1 k_{11}}{G} v^2 - 1\right) \eta(z) &= 0; \\ \frac{d^4 \theta(z)}{dz^4} + \frac{1}{2} \frac{\rho J_3 v^2 \left(J_k k_{33} + 1 + \frac{E}{G} J_p k_{33}\right) - GJ_k}{EJ_3 (J_k k_{33} + 1)} \frac{d^2 \theta(z)}{dz^2} + \\ - \frac{\rho J_p v^2}{EJ_3 (J_k k_{33} + 1)} \left(1 - \frac{\rho J_3 k_{33}}{G} v^2\right) \theta(z) &= 0, \end{aligned} \quad (10)$$

где v - частота колебаний, рад/с.

Уравнения независимы между собой, и подход к решению третьего уравнения был использован и в других случаях.

Главные формы колебаний для угла закручивания, функции деформации, характеристик бимоента и полного крутящего момента можно представить в матричном виде:

$$\begin{bmatrix} \theta(z) \\ G\psi(z) \\ GB(z) \\ \frac{EJ_3}{\rho J_p v^2} Q_3(z) \end{bmatrix} = \frac{1}{G(J_k k_{33} + 1)(p_1^2 + p_2^2)} \cdot \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta(0) \\ G\psi(0) \\ GB(0) \\ \frac{EJ_3}{\rho J_p v^2} Q_3(0) \end{bmatrix}, \quad (11)$$

где

$$A_{11} = s_2 \cos p_1 z - s_1 \operatorname{ch} p_2 z; \quad A_{12} = p_1 \sin p_1 z + p_2 \operatorname{sh} p_2 z; \quad A_{13} = -\cos p_1 z + \operatorname{ch} p_2 z;$$

$$A_{14} = p_1 s_2 \sin p_1 z + p_2 s_1 \operatorname{sh} p_2 z; \quad A_{21} = \frac{s_1 s_2}{p_1 p_2} (p_2 \sin p_1 z - p_1 \operatorname{sh} p_2 z);$$

$$A_{22} = -s_1 \cos p_1 z + s_2 \operatorname{ch} p_2 z; \quad A_{23} = (-s_1 p_2 \sin p_1 z + s_2 p_1 \operatorname{sh} p_2 z) / p_1 p_2;$$

$$A_{24} = s_1 s_2 (-\cos p_1 z + \operatorname{ch} p_2 z); \quad A_{31} = s_1 s_2 (\cos p_1 z - \operatorname{ch} p_2 z);$$

$$A_{32} = p_1 s_1 \sin p_1 z + p_2 s_2 \operatorname{sh} p_2 z; \quad A_{33} = -s_1 \cos p_1 z + s_2 \operatorname{ch} p_2 z;$$

$$A_{34} = s_1 s_2 (p_1 \sin p_1 z + p_2 \operatorname{sh} p_2 z); \quad A_{41} = (-s_2 p_2 \sin p_1 z + s_1 p_1 \operatorname{sh} p_2 z) / p_1 p_2;$$

$$A_{42} = \cos p_1 z - \operatorname{ch} p_2 z; \quad A_{43} = (p_2 \sin p_1 z - p_1 \operatorname{sh} p_2 z) / p_1 p_2; \quad A_{44} = s_2 \cos p_1 z - s_1 \operatorname{ch} p_2.$$

Элементы матрицы выражены через следующие величины:

$$K_1 = \frac{1}{2} \frac{\rho J_3 v^2 \left(J_k k_{33} + 1 + \frac{E}{G} J_p k_{33} \right) - G J_k}{E J_3 (J_k k_{33} + 1)}; \quad K_2 = \frac{\rho J_p v^2}{E J_3 (J_k k_{33} + 1)} \left(1 - \frac{\rho J_3 k_{33} v^2}{G} \right);$$

$$p_1 = \sqrt{\sqrt{K_1^2 + K_2} + K_1}; \quad p_2 = \sqrt{\sqrt{K_1^2 + K_2} - K_1};$$

$$s_1 = \rho J_p k_{33} v^2 - G (J_k k_{33} + 1) p_1^2; \quad s_2 = \rho J_p k_{33} v^2 + G (J_k k_{33} + 1) p_2^2.$$

Для определения частот колебаний стержня используется уравнение $|A| = 0$. (12)

Элементы матрицы A зависят от условий закрепления концов стержня.

В дальнейшем рассматривалась неразрезная балка, имеющая n пролетов и опирающаяся по концам пролетов на шарнирные опоры. При этом считалось, что геометрические характеристики сечения во всех пролетах одинаковы, длина i -го пролета l_i . Определялись собственные частоты колебаний, для этого были выделены два соседних пролета балки (рисунок 2).

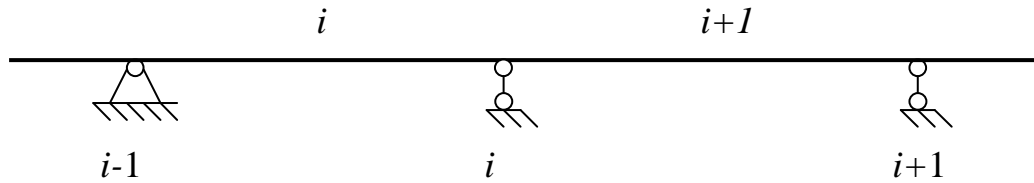


Рисунок 2 – Фрагмент неразрезной балки.

Для каждого из пролетов составляются уравнения колебаний с использованием граничных условий:

а) для $(i+1)$ -го пролета (рисунок 3а):

$$\begin{aligned} \theta(0) = \theta(l_{i+1}) = 0; \quad B(0) = B_i; \quad B(l_{i+1}) = B_{i+1}; \quad \psi(0) = \psi_i; \\ \eta(0) = \eta(l_{i+1}) = 0; \quad M_1(0) = M_{li}; \quad M_1(l_{i+1}) = M_{l(i+1)}; \quad \beta_1(0) = \beta_{li}. \end{aligned} \quad (13)$$

б) для i -го пролета, который для удобства расчетов был повернут справа налево (рисунок 3б):

$$\begin{aligned} \theta(0) = \theta(l_{i+1}) = 0; \quad B(0) = B_i; \quad B(l_i) = B_{i-1}; \quad \psi(0) = \psi_i; \\ \eta(0) = \eta(l_i) = 0; \quad M_1(0) = M_{li}; \quad M_1(l_i) = M_{l(i-1)}; \quad \beta_1(0) = \beta_{li}. \end{aligned} \quad (14)$$

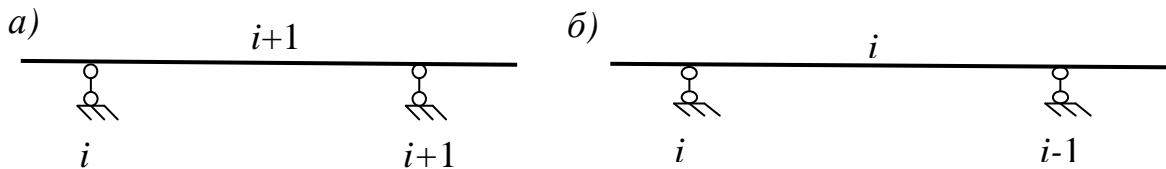


Рисунок 3 – Расположение опор в расчетных схемах пролетов балки

Уравнения (13) и (14) не только содержат граничные условия, но и учитывают связь между силовыми характеристиками в пролетах и на опорах.

При рассмотрении колебаний отдельных пролетов с учетом данных условий, были получены частотные уравнения для изгибных колебаний в двух плоскостях и крутильно-депланационных колебаний в виде

$$\sin p_{11}l_i \cdot \operatorname{sh} p_{11}l_i \frac{(p_{11}^2 - p_{12}^2)(p_{11}^2 p_{12}^2 - \lambda)}{p_{11}p_{12}(p_{11}^2 - \lambda)(p_{12}^2 + \lambda)} + 2(1 - \cos p_{11}l_i \cdot \operatorname{ch} p_{11}l_i) = 0 \quad (15)$$

$$\begin{aligned} M_{1(i-1)}(s_{22}p_{21} \sin p_{21}l_i - s_{21}p_{22} \operatorname{sh} p_{22}l_i) \sin p_{21}l_{i+1} \operatorname{sh} p_{22}l_{i+1} + \\ + M_i((s_{21}p_{22} \cos p_{21}l_i \operatorname{sh} p_{22}l_i - s_{22}p_{21} \sin p_{21}l_i \operatorname{ch} p_{22}l_i) \sin p_{21}l_{i+1} \operatorname{sh} p_{22}l_{i+1} + \\ + (s_{21}p_{22} \cos p_{21}l_{i+1} \operatorname{sh} p_{22}l_{i+1} - s_{22}p_{21} \sin p_{21}l_{i+1} \operatorname{ch} p_{22}l_{i+1}) \sin p_{21}l_i \operatorname{sh} p_{22}l_i) + \\ + M_{i+1}(s_{22}p_{21} \sin p_{21}l_{i+1} - s_{21}p_{22} \operatorname{sh} p_{22}l_{i+1}) \sin p_{21}l_i \operatorname{sh} p_{22}l_i = 0. \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} B_{i-1}(s_{32}p_{31} \sin p_{31}l_i + s_{31}p_{32} \operatorname{sh} p_{32}l_i) \sin p_{31}l_{i+1} \operatorname{sh} p_{32}l_{i+1} - \\ - B_i((s_{31}p_{32} \cos p_{31}l_{i+1} \operatorname{sh} p_{32}l_{i+1} + s_{32}p_{31} \sin p_{31}l_{i+1} \operatorname{ch} p_{32}l_{i+1}) \sin p_{31}l_i \operatorname{sh} p_{32}l_i + \\ + (s_{31}p_{32} \cos p_{31}l_i \operatorname{sh} p_{32}l_i + s_{32}p_{31} \sin p_{31}l_i \operatorname{ch} p_{32}l_i) \sin p_{31}l_{i+1} \operatorname{sh} p_{32}l_{i+1}) + \\ + B_{i+1}(s_{32}p_{31} \sin p_{31}l_{i+1} + s_{31}p_{32} \operatorname{sh} p_{32}l_{i+1}) \sin p_{31}l_i \operatorname{sh} p_{32}l_i = 0. \end{aligned} \quad (17)$$

где p_j, r_j - функции частот колебаний ν_j , $\lambda = \frac{\rho F k_{22}}{G} \nu_1^2$.

При изгибе в горизонтальной плоскости опорные шарниры выступают в роли жесткого защемления, уравнение (15) описывает колебания каждого пролета, и для определения частот необходимо решить n таких уравнений.

Уравнения (16) и (17) представляют собой уравнения трех моментов и трех бимоментов для свободных колебаний балки. Для определения частот этих колебаний необходимо решить системы из $(n-1)$ уравнений каждого вида, учитывая, что на крайних опорах изгибающий момент и бимомент равны нулю $M_{1(0)} = M_{1(n)} = 0$, $B_0 = B_n = 0$.

Таким образом, с использованием полученных соотношений могут быть определены частоты изгибных и крутильных колебаний неразрезной балки для различных форм.

На основе полученных аналитических выражений составлен алгоритм и разработано программное средство расчета.

Для оценки влияния учета сдвигов производилось сравнение полученных значений собственной частоты ν со значениями $\bar{\nu}$, полученными по теории, не учитывающей сдвиги. Рассматривалась двухпролетная стальная балка двутаврового и коробчатого сечения. На рисунке 4а изображены графики зависимости относительной частоты от относительной длины балки, на рисунках 4б, 4в – от размеров сечения. Относительная частота определялась формулой $\tilde{\nu} = \frac{\nu}{\bar{\nu}}$.

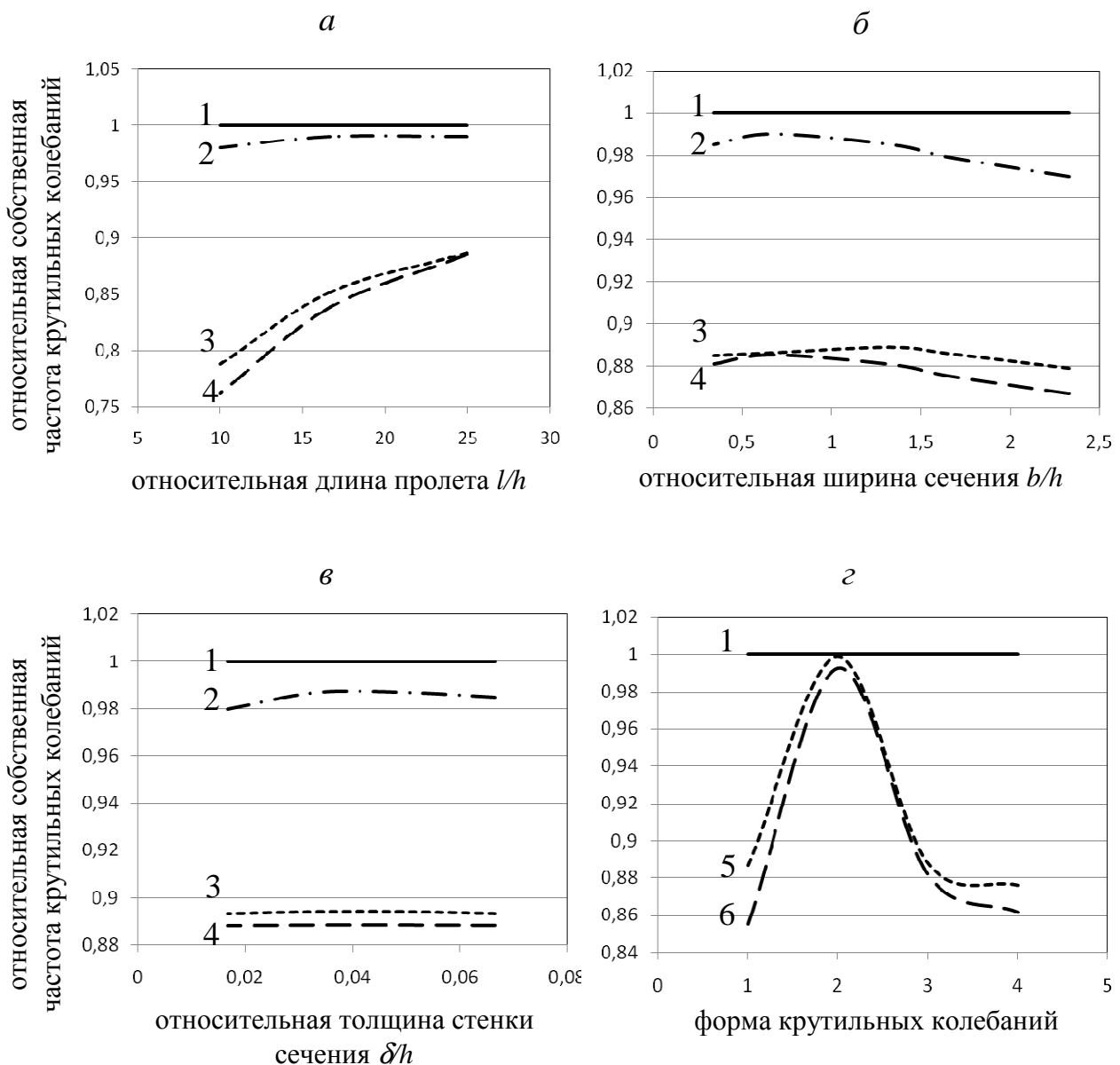


Рисунок 4 – Относительная собственная частота крутильных колебаний двухпролетной балки. *а* – в зависимости от длины пролетов балки; *б*, *в* – в зависимости от ширины и толщины поперечного сечения; *г* – сравнение собственных частот с расчетами МКЭ. Линия 1 – без учета сдвигов; линия 2 – первая форма колебаний балки двутаврового профиля с учетом вторичных сдвигов; линии 3 и 4 – первая и третья формы колебаний балки коробчатого профиля с учетом вторичных сдвигов; линия 5 – собственные частоты, рассчитанные с учетом вторичных сдвигов; линии 6 – собственные частоты, рассчитанные с помощью Autodesk Inventor.

Графики показывают, что учет сдвигов от стесненного кручения при исследовании колебаний балок открытого профиля вносит корректировку в значения частот собственных колебаний в размере от 1 до 3 процентов, при этом наибольшее влияние оказывает изменение размеров сечение. Для стержней, имеющих замкнутый контур, влияние учета сдвигов больше, и

находится в диапазоне от 10 до 25 процентов, что подтверждает необходимость учета сдвигов от стесненного кручения при исследовании колебаний балки.

На рисунке 4з приведено сравнение значений собственных частот первых четырех форм балки коробчатого сечения со значениями собственных частот, рассчитанных с помощью Autodesk Inventor. Эти значения также представлены в виде относительных величин.

В таблице 1 приведены значения первых пяти собственных частот колебаний двухпролетной балки подвесной мостового крана общего назначения грузоподъемностью 5 тонн с профилем в виде двутавра типоразмера 30М. Из таблицы 1 видно, что разница между значениями частот, полученных с учетом и без учета сдвигов, для рассматриваемой балки открытого профиля для первых частот незначительна, но она становится больше для высоких частот. При этом значения, полученные с учетом сдвигов, ближе к значениям, полученным с использованием метода конечных элементов в Autodesk Inventor.

Таблица 1 – Сравнение значений собственных частот (рад/с)

Номер формы колебаний	Расчет без учета сдвигов	Расчет с учетом сдвигов	Расчет в Autodesk Inventor
1	60,7	59,5	59,12
2	112,4	111,5	110,7
3	167,4	163,6	169,7
4	175,6	174,6	175,3
5	328,1	319,8	314,8

В четвертой главе ставится и решается задача оптимизации параметров многопролетной балки с ограничениями по прочности и частотам колебаний.

Задача оптимизации балки ставится в форме задачи математического программирования:

- требуется найти $\min f(X), X \in E^n$,
- при ограничениях $g_j(X, P(X)) \leq 0, j = 1, \dots, m$,

где $f(X)$ – целевая функция, построенная на основе выбранного критерия оптимальности балки; X – вектор варьируемых параметров балки; $P(X)$ – вектор параметров состояния балки; n – общее число варьируемых параметров; $g_j(X, P(X)) \leq 0, j = 1, \dots, m$ – ограничения по прочности, частотам собственных колебаний и конструктивные ограничения; m – общее число ограничений.

В качестве примера рассматривались балки открытого (рисунок 1д) и комбинированного профиля (рисунок 1ж). Схема балки изображена на рисунке 5, за варьируемые параметры приняты размеры сечения: $X_1 = h; X_2 = b; X_3 = d_1; X_4 = d_2; X_5 = c$. Дополнительно варьировались

положения средних опор балки (параметры X_6, X_7) путем их возможного отклонения вправо (или влево) от заданного положения.

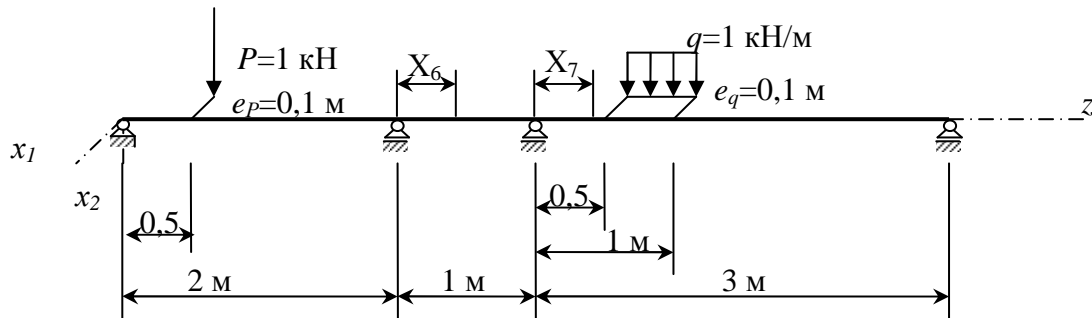


Рисунок 5- Расчетная схема тонкостенной балки

Оптимизация проводилась по массовому критерию с ограничениями по прочности и частотам собственных колебаний. Так как балка имеет постоянное сечение, то массовым критерием является, по сути, площадь сечения балки, для балки открытого профиля

$$f(X) = X_1 X_3 + 2X_2 X_4, \quad (18)$$

для балки с комбинированным профилем

$$f(X) = 2(X_1 X_3 + (X_2 + X_5)X_4). \quad (19)$$

Ограничения по прочности имеют вид:

$$\sigma_{\text{экви max}}(X)/R - 1 \leq 0, \quad i = 1, 2, 3, \quad (20)$$

где $\sigma_{\text{экви max}}(X)$ – максимальное эквивалентное в сечениях i -го пролета; R – расчетное сопротивление материала (в рассматриваемом примере $R=200 \text{ МПа}$).

Ограничения по частотам собственных колебаний приняты в виде:

$$\frac{\Delta \bar{\nu}_j}{|\nu_i - \bar{\nu}_j|} - 1 \leq 0, \quad i = 1..k, \quad j = 1..\bar{k}, \quad (21)$$

где $\nu_i, \bar{\nu}_j$ – частоты собственных колебаний балки и возбудителей колебаний; $\Delta \bar{\nu}_j$ – величина полуинтервала для отстройки от частоты j -го возбудителя колебаний; k, \bar{k} – число учитываемых собственных частот и частот возбудителей колебаний.

Учитываются конструктивные ограничения, для балки открытого профиля

$$\frac{X_1}{100X_4} - 1 \leq 0, \quad \frac{X_2}{30X_4} - 1 \leq 0, \quad (22)$$

для балки с комбинированным профилем

$$\frac{X_1}{100X_4} - 1 \leq 0, \quad \frac{X_2 + X_5}{30X_4} - 1 \leq 0. \quad (23)$$

В рассматриваемом примере принято: $k=10$; $\bar{k}=2$. В качестве частот возбудителей были приняты значения: $\bar{\nu}_1=152$ рад/с и $\bar{\nu}_2=305$ рад/с, которые соответствуют работе асинхронных электродвигателей. Величины недопустимых полуинтервалов для собственных частот назначались согласно соотношению $\Delta\bar{\nu}_j=0.1\bar{\nu}_j$.

Для решения формируемой условно-экстремальной задачи использован метод подвижного внешнего штрафа и разработанная на его основе библиотека решения задач математического программирования.

Результаты решения задач оптимизации при фиксированном положении средних опор для балки представлены в виде графиков зависимости оптимальной площади сечения от величины внешней нагрузки на рисунке 6, *a* – для балки с открытым профилем, *б* – для балки с комбинированным профилем.

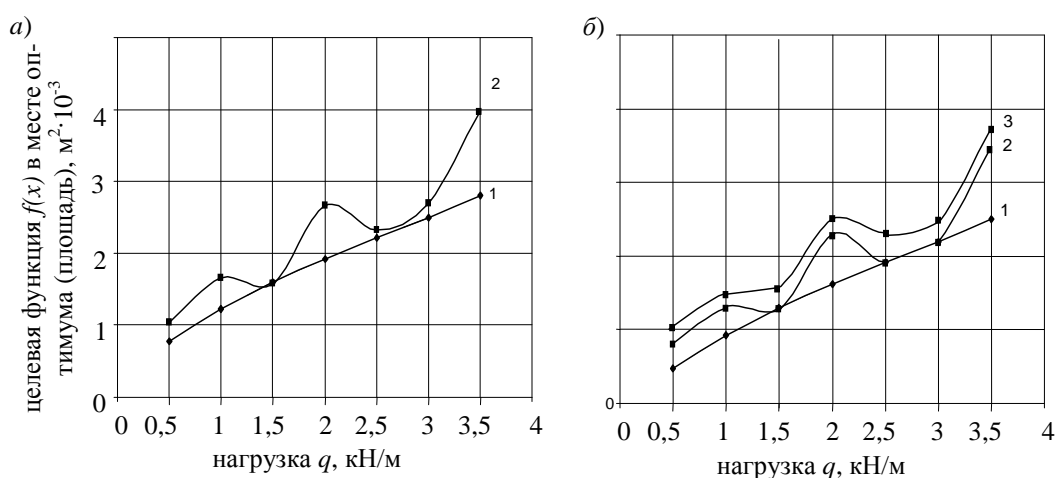


Рисунок 6 - Графики зависимости оптимальной площади сечения от величины внешней нагрузки q для балок: *a* – открытого профиля, *б* – комбинированного профиля

На графиках линия 1 соответствует оптимизации по массовому критерию без учета ограничений по собственным частотам, линия 2 – оптимизации по массовому критерию с учетом ограничений по собственным частотам, 3 – оптимизации балки комбинированного сечения по массовому критерию с учетом ограничений по собственным частотам и при дополнительном конструктивном ограничении, отражающем необходимость наличия полоч (отсутствие вырождения сечения до замкнутого), принятом в виде:

$$\frac{X_2}{X_5} - 1 \leq 0. \quad (24)$$

Как видно из рисунка 6, учет ограничений по частотам собственных колебаний существенно меняет параметры оптимального проекта. В некоторых случаях целевая функция увеличивается на 30% по сравнению с проектом, найденным без учета ограничений по собственным частотам.

Отчасти это связано с тем, что в приведенном примере параметры конструкции и частоты возбудителей колебаний подобраны так, чтобы первые собственные частоты попадали в диапазон частот возбудителей колебаний (при работе реальных конструкций подобная ситуация вполне возможна). При отдельных значениях нагрузки, например при $q = 1,5$ кН/м, первые собственные частоты оптимального проекта не попали в диапазон возбудителей колебаний, поэтому учет ограничений по частотам не оказал существенного влияния на оптимальный проект.

Для рассматриваемого стержня комбинированного сечения характерно и то, что фрагменты открытого профиля вырождаются в большинстве случаев до вида замкнутого сечения (рисунок 1з). Это связано с тем, что сечение коробчатого профиля является более жестким при кручении, чем сечение с открытыми фрагментами. Вырождения не происходит только в том случае, когда параметр X_5 оказывает существенное влияние на ограничения по собственным частотам. Следует отметить, что целесообразно вводить строгие конструктивные ограничения для этого параметра в случае, если полки необходимы для удержания, например, подъемных устройств. Введение дополнительного ограничения (24) привело к увеличению площади поперечного сечения балки в связи со снижением жесткости.

Характеристики оптимального проекта при $q = 3$ кН/м сведены в таблицу 2. В таблице ν_i - значения активных собственных частот (то есть частот, входящих в активные ограничения в процессе поиска оптимального проекта).

Дополнительно, как характеристика степени отклонения собственных частот от опасных значений, предлагается величина критерия

$$\bar{f}(X) = \sum_{j=1}^{\bar{k}} \left(\sum_{i=1}^k \frac{1}{(\nu_i(X) - \bar{\nu}_j)^2 + \alpha} \right), \quad (25)$$

где α – регулирующий параметр.

Таблица 2 – Характеристики оптимального сечения

Хар-ка	Вид сечения и ограничения		
	Открытый профиль	Комбинированный профиль	Комбинированный профиль с ограничением (24)
$f(X)$	0.0020207	0.0017603	0.0019472
X_1	0.2	0.11043	0.13268
X_2	0.07392	0.05890	0.03156
X_3	0.00560	0.00480	0.00453
X_4	0.00595	0.00594	0.00595
X_5	-	0	0.03155
ν_1	118.46	95.16	96.86
ν_2	256.97	186.08	221.58
ν_3	434.80	389.23	368.23
$\bar{f}(X)$	0.00151	0.00142	0.00097

При подстановке значений активных собственных частот в (25), пренебрегая (в силу незначительности) влиянием остальных, были получены значения критерия (таблица 2).

Использование балок комбинированного профиля позволяет снизить материалоемкость проекта на 10-15% по сравнению с балками открытого профиля. В случае введения ограничений на размер полок комбинированного профиля снижение материалоемкости составило 3-5% в зависимости от нагружения балки.

Рисунок 9 отражает зависимость значений критерия (25) от собственных частот.

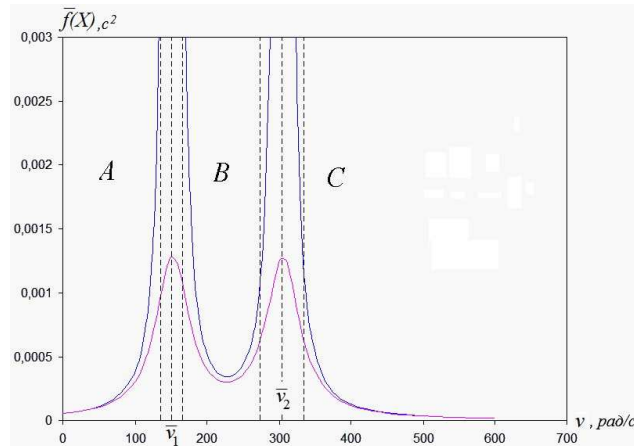


Рисунок 7 - Вклад в значение $\bar{f}(X)$, связанный с прохождением собственной частоты в окрестности возбудителей колебаний

Для оценки влияния параметров X_6, X_7 (рисунок 5) они были вынесены на верхний уровень и задавались с шагом 0,2 м. На рисунке 8 показаны значения целевой функции $f(X^*)$ для оптимальных проектов X^* балок открытого (а) и комбинированного (б) профилей при изменении X_6, X_7 .

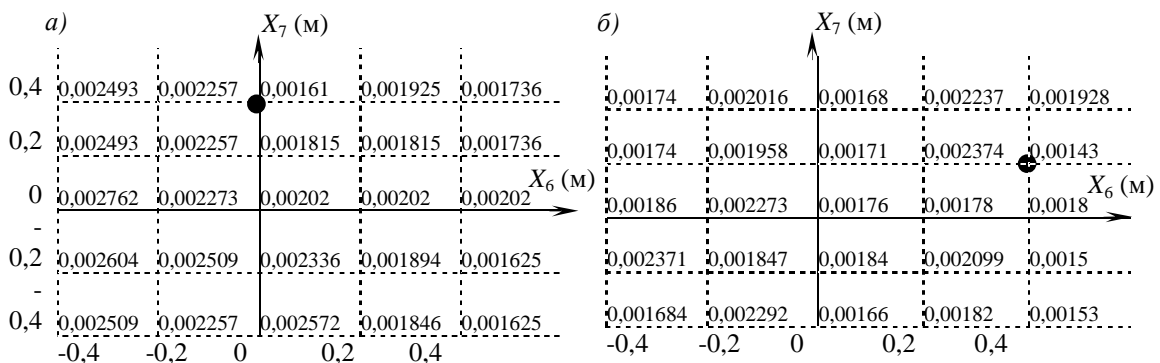


Рисунок 8 - Оптимальные решения $f(X^*)$ при варьировании положения опор: а) соответствующие открытому профилю; б) соответствующие комбинированному профилю.

Для сравнения результатов решения задачи оптимизации балки с варьированием и без варьирования параметров X_6, X_7 рассмотрен вариант

нагружения при $q=3$ кН/м. Наилучшие оптимальные решения на рисунках 8а, 8б выделены жирными точками. В обоих случаях, как для балки с открытым, так и для балки с комбинированным профилем, при варьировании положения опор удалось улучшить оптимальные решения по массовому критерию для рассматриваемого случая нагружения по сравнению с решением без смещения опор на 20,3 и 19,7 процентов. Величина критерия (29) при этом уменьшается на 17 и 21 процентов.

ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

1. В результате решения уравнений для напряженно-деформированного состояния неразрезной тонкостенной балки с учетом вторичных сдвигов получены аналитические выражения для характеристик НДС балок открытого, замкнутого и комбинированного сечений при изгибе и стесненном кручении. Проведенный анализ показал, что учет сдвигов от изгиба и стесненного кручения позволяет уточнить значения перемещений и внутренних силовых факторов для стержней открытого и комбинированного профилей на 3%.

2. Получены аналитические выражения в виде новых уравнений трех моментов и трех бимоментов для определения собственных частот изгибных и крутильных колебаний неразрезной многопролетной балки тонкостенного бисимметричного сечения, имеющего как открытые, так и замкнутые участки с учетом вторичных сдвигов; разработана методика определения собственных частот колебаний. Получены выражения для главных форм изгибных и крутильных колебаний для прогибов, углов поворота и закручивания сечения, функции депланации, бимомента, изгибного момента, моментов чистого и стесненного кручения неразрезной балки с учетом вторичных сдвигов. Оценка влияния вторичных сдвигов на собственные частоты показала, что это влияние существенно и увеличивается для высоких форм колебаний. Для стержней открытого профиля разница частот с учетом и без учета сдвигов составила 3%, для стержней замкнутого и комбинированного сечений – до 24%. Сравнение значений частот, полученных при расчете по предложенной методике, с результатами, полученными с использованием специализированных программных систем моделирования балки на основе объемных конечных элементов, дало результаты, отличающиеся на 1-3%, что подтверждает возможность использования предлагаемой методики.

3. Разработаны алгоритм и программный модуль расчета и оптимизации по массе тонкостенной неразрезной балки при ограничениях по прочности и частотам собственных колебаний. Впервые решены задачи оптимизации для тонкостенных балок открытого, замкнутого и комбинированного профилей при варьировании размеров сечений. Выполнен анализ влияния ограничений по частотам собственных колебаний на оптимальный проект. Проведенный анализ свидетельствует о высокой степени

влияния ограничений по собственным частотам колебаний на оптимальный проект – при наличии ограничений материалоемкость, в некоторых случаях, возросла на 30%. Использование балок комбинированного профиля позволило снизить материалоемкость на 10-15% по сравнению с балками открытого профиля.

4. С использованием двухуровневого алгоритма впервые решены задачи оптимизации трехпролетных балок открытого и комбинированного профилей при дополнительном варьировании положений опор. Материалоемкость оптимального проекта оказалась ниже на 20,3% для балок с открытым профилем и на 19,7% для балок с комбинированным профилем, чем в решениях без варьирования положения опор. Полученные оптимальные проекты были качественно оценены по дополнительному критерию, дающему суммарную оценку степени отклонения собственных частот от частот возбудителей колебаний. Результаты расчетов показали, что при дополнительном варьировании положений опор этот критерий улучшается на 17% и 21% для балок с открытым и комбинированным профилем соответственно.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ ОПУБЛИКОВАНО

В изданиях из перечня ВАК:

1. Куча, Г.В. Исследование колебаний тонкостенных балок комбинированного сечения / Г.В. Куча, **А.А. Гаврилов** // Вестник ОГУ. – 2006. – №12, приложение часть 2. – С. 477-479.

2. **Гаврилов, А.А.** Прочность и жесткость тонкостенных стержней при изгибных колебаниях / А.А. Гаврилов, Н.А. Морозов // Вестник ОГУ. – 2012. – №6. – С. 253-257.

3. Гребенюк, Г.И. Расчет и оптимизация неразрезной балки тонкостенного профиля / Г.И. Гребенюк, **А.А. Гаврилов**, Е.В. Яньков // Известия вузов. Строительство. – 2013. – №7. – С. 3-11.

В других изданиях:

4. Куча, Г.В. Стесненное кручение тонкостенного стержня под действием равномерно распределенной нагрузки [текст] / Г.В. Куча, **А.А. Гаврилов** // Актуальные проблемы динамики и прочности в теоретической и прикладной механике Мн. – 2001. С. 301-305.

5. Куча, Г.В. Анализ напряженно-деформированного состояния штанги привода клапана автомобильного двигателя [текст] / Г.В. Куча, Н.А. Морозов, **А.А. Гаврилов** // Прогрессивные технологии в транспортных системах: Сборник докладов пятой Российской научно-технической конференции. Часть 1.- Оренбург. – 2002. С. 211-214.

6. Куча, Г.В. Попытка универсализации расчета тонкостенных стержней открытого профиля при стесненном кручении [текст] / Г.В. Куча, **А.А. Гаврилов** // Прогрессивные технологии в транспортных системах:

Сборник докладов пятой Российской научно-технической конференции. Часть 1.- Оренбург. – 2002. С.216-221.

7. Куча, Г.В. Определение частот собственных колебаний тонкостенных стержней с учетом сдвигов [текст] / Г.В. Куча, **А.А. Гаврилов** // Прочность и разрушение материалов и конструкций. Материалы 4-й международной научной конференции. – М.:РАЕ. – 2005. С. 164-167.

8. Куча, Г.В. Изгибные колебания неразрезной балки комбинированного сечения [текст] / Г.В. Куча, **А.А. Гаврилов** // Математика. Информационные технологии. Образование. Сборник научных трудов. – Оренбург: ОГУ. – 2006. С.86-90

9. **Гаврилов, А.А.** Влияние геометрических характеристик тонкостенных стержней на значения частот свободных крутильно-депланационных колебаний [текст] / А.А. Гаврилов, Г.И. Гребенюк // Проблемы оптимального проектирования сооружений. Доклады 2-й Всероссийской конференции, Новосибирск, 5-6 апреля, 2011 г. – Новосибирск: НГАСУ (Сибстрин). – 2012. С. 74-80.

10. Гребенюк, Г.И. Расчет на прочность неразрезных балок тонкостенного профиля с учетом вторичных сдвигов [текст] / Г.И. Гребенюк, **А.А. Гаврилов** // Труды НГАСУ, №2. – Новосибирск: НГАСУ (Сибстрин). – 2012. С. 11-18.

11. Гребенюк, Г.И. Алгоритм оптимизации параметров неразрезной балки тонкостенного профиля при ограничениях по прочности и частотам колебаний / Г.И. Гребенюк, **А.А. Гаврилов** // Материалы V Всероссийской научно-технической конференции «Актуальные вопросы строительства». – Новосибирск: НГАСУ (Сибстрин). – 2012. – Т.1. С. 75-79.

12. **Гаврилов, А.А.** Расчет форм и частот собственных колебаний неразрезной балки тонкостенного профиля на основе численного алгоритма [текст] / А.А. Гаврилов, Г.И. Гребенюк // Численные методы решения задач теории упругости и пластичности. Доклады XXIII Всероссийской конференции, Барнаул, 26-28 июня, 2013 г. – Новосибирск: Параллель. – 2013. С. 89-91.

13. **Гаврилов, А.А.** Анализ результатов расчета неразрезной балки с учетом вторичных сдвигов [текст] / А.А. Гаврилов, Г.И. Гребенюк // Проблемы оптимального проектирования сооружений. Доклады 3-й Всероссийской конференции, Новосибирск, 15-17 апреля, 2014 г. – Новосибирск: НГАСУ (Сибстрин). – 2014. С. 78-84.

14. Гребенюк, Г.И. Определение оптимальных параметров тонкостенных многопролетных балок с использованием критерия максимального отклонения собственных частот от резонанса [текст] / Г.И. Гребенюк, Е.В. Яньков, **А.А. Гаврилов** // Проблемы оптимального проектирования сооружений. Доклады 3-й Всероссийской конференции, Новосибирск, 15-17 апреля, 2014 г. – Новосибирск: НГАСУ (Сибстрин). – 2014. С. 121-128.

Подписано в печать _____.
Формат 60×84/16. Бумага офсет. Гарнитура Таймс, печать офсет.
Уч.-изд. л. 1. Тираж 100 экз. Заказ № _____

Изд-во ТГАСУ, 634003, г. Томск, пл. Соляная, 2
Отпечатано с оригинал – макета в ООП ТГАСУ.
634003, Томск, ул. Партизанская, 15.